

- 2.Кендалл М., Стьюарт А. Многомерный статистический анализ и временные ряды. – М.: Наука, 1976. – 736 с.
3.Сухарев М.Г. Методы прогнозирования. – М.: МАКС Пресс, 2010. – 176 с.

Получено 04.11.2011

УДК 532.542

Д.В.БОЙКОВ

ООО «ТИРР», г.Красноярск (Российская Федерация)

А.А.ДЕКТЕРЕВ

Институт теплофизики СО РАН, г.Новосибирск (Российская Федерация)

МОДЕЛИРОВАНИЕ ПОТОКОРАСПРЕДЕЛЕНИЯ НЕИЗОТЕРМИЧЕСКИХ МНОГОКОМПОНЕНТНЫХ ГАЗОВЫХ СМЕСЕЙ В СЕТЯХ

Представлена модель, описывающая потокораспределение многокомпонентной неизоэтермической смеси в системах трубопроводов. В модели учитывается тепломассообмен с окружающей средой и химическое реагирование. Приведен пример использования модели для моделирования процессов сжигания и удаления продуктов сгорания в системе газоходов.

Подано модель, що описує потокорозподіл багатоконпонентної неізоэтермічної суміші в системах трубопроводів і враховує тепломасообмін з навколишнім середовищем та хімічне реагування. Наведено приклад використання моделі для моделювання процесів спалювання та видалення продуктів згорання в системі газоходів.

This Article present model flux-distribution a multicomponent, not isothermal mixes in systems of pipelines. Model it is allowed heat mass exchange with an environment and chemical reaction. Cite an example use of model for modelling processes of burning and removal of products of combustion is resulted.

Ключевые слова: трубопроводные сети, моделирование потокораспределения.

Для решения задач потокораспределения, возникающих при расчете трубопроводных сетей, вентиляции зданий и шахт, систем охлаждения двигателей и др., применяются модели гидравлических цепей, в основу которых положены законы Кирхгофа [1, 2]. Гидравлическая цепь состоит из узлов и связывающих их ветвей. Узлы это объемы, в которых соблюдаются законы сохранения массы и энергии, выраженные в форме интегральных уравнений баланса расходов и тепловой энергии. Ветви моделируют различные конструкции газоходного тракта. Каждая ветвь цепи характеризуется своим интегральным законом, связывающим перепад давления на данной ветви с расходом газа в ней.

Адаптация модели гидравлической цепи к задачам потокораспределения газовых смесей в трубопроводах требует соответствующей модификации. Изменение концентраций компонент смеси и температуры в результате смешения потоков, химического реагирования и тепломассо-

обмена с окружающей средой приводит к изменению сопротивлений газоходов. В результате, для полного описания течения реагирующих газов требуется рассмотрение самосогласованной системы уравнений, включающей уравнения баланса массы, теплового баланса и баланса газовых компонент. Уравнения теплового баланса и баланса газовых компонент рассматривались в [1].

Для представления сети используется ориентированный граф, состоящий из двух множеств: множества узлов N и множества ветвей (труб) U . Каждой ветви ставится в соответствие пара узлов, один из которых является начальным, а второй – конечным. Подмножество O_i является подмножеством ветвей, начинающихся в i -том узле, а I_i – подмножеством ветвей, заканчивающихся в i -том узле. Вводится множество внутренних узлов сети N_{inter} , в которых выполняется закон сохранения. Множество U_i для любого $i \in N$ обозначает множество ветвей инцидентных этому узлу. Для произвольно заданного потока u_l , $l \in U$, на графе вводится естественная ориентация ветвей, соответствующая потоку: $O_i(u_l)$, $I_i(u_l)$. Таким образом, используется матрица связей узлов и ветвей:

$$\nabla_{il} = \begin{cases} 1 & \text{if } l \in O_i, \\ -1 & \text{if } l \in I_i, \\ 0. & \end{cases} \quad i \in N, \quad (1)$$

Задача моделирования многокомпонентных неизотермических потоков сводится к комбинации задач потокораспределения несущего потока и сноса компонент и энергии этим потоком. При описании потокораспределения в сетях необходимо множество узлов разделить на два подмножества: подмножество внутренних узлов и непустое подмножество атмосферных узлов. При постановке задачи в атмосферных узлах задается давление, концентрации компонент и температура. Для каждого атмосферного узла может существовать свой набор свойств.

Потокораспределение несущего потока описывается следующей диффузионной моделью:

$$\sum_{l \in U_i} \nabla_{il} u_l = q_i, \quad i \in N_{inter}; \quad (2)$$

$$\sum_{i \in N} \nabla_{il} p_i = H_l(u_l), \quad l \in U, \quad (3)$$

где u_l – массовый несущий поток на ветви, q_i – источник несущего потока, существующий в узле; $H_l(u_l)$ – расходная характеристика ветви, т.е. интегральный закон сопротивления на ветви. Уравнение (2) является

сетевым аналогом закона сохранения массы в узле. Уравнение (3) является сетевым аналогом закона сохранения импульса на ветви.

Интегральный закон сопротивления $H_l(u_l)$ в общем случае не является линейным. Конкретный вид уравнения может зависеть от специфики задачи. В качестве этого уравнения для разных элементов сети может использоваться расходная характеристика, определенная по пространственным расчетам, из эмпирических зависимостей или технологического описания. Например, для описания закона сопротивления в газоходах можно использовать интегральное уравнение Дарси-Вейсбаха:

$$H_l(u_l) = \left[\frac{\lambda_l \cdot L_l}{D_l} + \xi_l \right] \frac{T_{nc}}{T_l} \frac{|u_l| \cdot u_l}{\rho_l^{nc} 2 \cdot f_l^2} - h_l, \quad (4)$$

где λ_l, ξ_l – коэффициент линейного и местного сопротивления [3]; D_l – эффективный диаметр газохода; L_l – длина газохода; T_b, T_{nc} – температура газовой смеси в газоходе, температура нормальных русловий; ρ_l^{nc} – плотность среды при нормальных условиях; f_l – площадь поперечного сечения газохода; h_l – внешний напор, действующий в газоходе. Очевидно, что в случае (4), максимальная длина ветви будет определяться условием малого изменения плотности по длине ветви. Таким образом, задача сводится к системе нелинейных уравнений (2)-(3). Для ее решения используется метод Ньютона. Задается начальное приближение по давлению в узлах. Значения давления в узлах ищутся в итерационном цикле:

$$p_i^{K+1} = p_i^K + \delta p_i. \quad (5)$$

Величина поправки давления δp_i находится решением системы линейных алгебраических уравнений:

$$\sum_{i \in N} \Delta_{ij} \left(\left(\frac{\partial H_l}{\partial u_l} \right)^{-1} \right) \delta p_i = q_j - \sum_{l \in U_j} \nabla_{il} u_l^N, \quad j \in N_{inter}, \quad (6)$$

$$\Delta_{ij}(a_l) = - \sum_{l \in U_{ij}} a_l, \quad i \in N_{inter}, \quad j \in N, \quad i \neq j$$

$$\Delta_{ii}(a_l) = \sum_{l \in U_i} a_l, \quad i \in N_{inter}.$$

Данная система решается методом сопряженных градиентов. Значения расхода на новой итерации определяется решением уравнений (3)-(4) для каждой ветви. Для контроля сходимости расчета ищется невязка расходов в узлах:

$$err = \frac{\sum_{i \in N_{inter}} \left| \sum_{l \in U_i} \nabla_{il} u_l - q_i \right|}{N_{inter}}. \quad (7)$$

Достоинствами предложенного итерационного метода является его независимость от вида уравнения (6) и высокая скорость сходимости.

Для описания потокораспределения компонент и энергии используется конвекционная модель переноса:

$$\sum_{l \in U_i} \nabla_{il} x_l^k = q_i^k, \quad i \in N_{inter}; \quad (8)$$

$$x_l = u_l \eta_j^k, \quad l \in O_j(u) \neq \emptyset, \quad j \subset N, \quad (9)$$

где η_j – концентрация компонент и температура в узлах; x_l – поток компоненты на ветви; q_i^C – источник компоненты или тепловой источник, существующий в узле; u_l – несущий поток на ветви.

Уравнение (8) является сетевым аналогом закона сохранения. Уравнение (9) является сетевым аналогом конвекционного уравнения. Для объемных долей несущий поток равен нормально-объемному потоку. Для тепловой задачи несущий поток равен произведению нормально-объемного потока на его теплоемкость.

После проведения некоторых преобразований приходим к следующей системе линейных уравнений:

$$\sum_{j \in N} \Delta_{ij}^*(u) \cdot \eta_j^k = q_i^{k*}, \quad i \in N_{inter} \quad (10)$$

$$\Delta_{ii}^*(u) = \begin{cases} \sum_{l \in O_i(u)} |u_l| + |q_i| & \text{if } q_i < 0 \\ \sum_{l \in O_i(u)} |u_l| & \text{else} \end{cases}, \quad i \in N_{inter}$$

$$\Delta_{ij}^*(u) = - \sum_{l \in U_i(u) \cap O_j(u)} |u_l|, \quad i \in N_{inter}, \quad j \in N, \quad i \neq j$$

$$q_i^{k*} = \begin{cases} 0 & \text{if } q_i < 0 \\ q_i^k & \text{else} \end{cases}, \quad i \in N_{inter}.$$

Система уравнений (10) описывает сток несущего потока со свойствами среды соответствующими тем, с которыми поток проходит сквозь соответствующий узел. Для задачи (8)-(10) множество атмосферных узлов должно включать в себя множество таких узлов для задачи пото-

кораспределения несущего потока (2)-(3) и может включать некоторое подмножество дополнительных узлов (реостатов). В реостатах решается уравнение (2)-(3), причем концентрации компонент и/или температура в них задаются при постановке задачи. В качестве замыкающих уравнений используются равенства, связывающие нормальную плотность и теплоемкость смеси с массовыми долями:

$$\rho_l^{nc} = \sum_k \eta_i^k \cdot \rho_{nc}^k, C_{pl} = \sum_k \eta_i^k \cdot C_p^k, l \in O_i(u) \neq 0, \quad (11)$$

где ρ_l^{nc} – плотность на ветви; η_i^k – объемная доля k -й компоненты смеси в противопоточном узле ветви; ρ_{nc}^k – плотность при нормальных условиях k -й компоненты смеси; C_p , C_p^k – теплоемкость потока на ветви и теплоемкость k -й компоненты смеси.

Для описания тепломассообмена с окружающей средой используется уравнение Дарси для присосов через неплотности стенок труб и линейная зависимость для теплопередачи сквозь стенки:

$$q_l^{stream} = -k_{stream} F \cdot \text{sign}(p_l - p_{wal}) \cdot \sqrt{|p_l - p_{wal}|}, q_l^{heat} = -kF(T_l - T_{wal}), \quad (12)$$

где q_l^{stream} – объемный источник; k_{stream} – коэффициент воздухопроницаемости стенки канала; p_b , p_{wal} – среднearифметическое давление потока в канале и давление воздуха в окружающей среде; q_l^{heat} – тепловой источник, существующий на ветви; k – коэффициент теплопередачи стенки канала; F – площадь стенок канала; T_l^{wal} – температура стенки ветви или окружающей среды; T_l – средняя температура потока в ветви.

Если давление в канале выше, чем давление окружающей среды, то на ветви формируется сток с характеристиками потока на ветви. В противном случае на ветви существует источник со свойствами окружающей среды.

В алгоритме учитываются быстрые химические реакции, время протекания которых существенно меньше характерного времени протекания потока в сети, т.е. реакции. Для расчета химической реакции используется равновесная модель.

Величина расходов всех компонент протекающих через реагирующий узел вычисляется по формуле

$$q_{ik}^{abs} = \sum_{l \in I_i(u)} |u_l| \eta_{O(u)k}, \quad (13)$$

где q_{ik}^{abs} – искомый поток k -й компоненты через i -й узел сети; $\eta_{O(u)k}$ – концентрация k -й компоненты в l -й ветви. Зная эти расходы, можно вычислить количество прореагировавших компонент, продуктов реакции и выделившееся тепло. Данные величины используются при расчете концентраций компонент и температуры в узлах с химическим реагирова-

нием:

$$\eta_{ik} = f(q_{ik}^{abs}, \dots), \quad q_i^{stream} = f(q_{ik}^{abs}, \dots), \quad (14)$$

где η_{ik} – концентрация k -й компоненты в i -м узле; q_i^{stream} – источник не-сущего потока связанный с химическим реагированием. Такой подход ухудшает сходимост ь задачи и ограничивает максимальное число узлов, в которых происходят химические реакции, однако практически не накладывает никаких ограничений на вид уравнения химической реакции.

Для учета загрязнения трубопроводов пылью используются следующие формулы пересчета диаметра и площади:

$$f_i' = f_i(1 - k_{pol}), \quad d_i' = d_i \cdot \sqrt{1 - k_{pol}}, \quad (15)$$

где f_i' – площадь сечения трубы, с учетом загрязнения; f_i – площадь сечения трубы, без учета загрязнения; d_i' – эффективный диаметр трубы, с учетом загрязнения; d_i – диаметр трубы; k_{pol} – коэффициент загрязнения трубы.

Данные модели были реализованы в программе *σNet*. В качестве примера использования программы приводится моделирование системы газоудаления от промышленных установок. В процессе работы установок образуются горючие газы (СО, СН₄ и др.). Газы поступают в горелочные устройства, где осуществляется их смешение с воздухом и сжигание получившейся смеси. По газоходам производится удаление продуктов сгорания за пределы цеха, их очистка и выброс в атмосферу. Очевидно, что некорректная работа системы газоудаления может привести к ухудшению экологических показателей производства в целом. Эта система содержит по две горелки на каждую промышленную установку и газоходов, собирающих продукты сгорания от горелок. На рис.1 изображен участок системы, находящийся рядом с установкой, содержащий горелку. На рис.2 изображена схема одной бригады системы газоудаления, которая осуществляет сбор горючих газов от 24 установок. При решении задачи в сетевой модели учитывалась неизотермичность и многокомпонентность среды, процесс горения в горелках, присосы воздуха через дизлектрические вставки в газоходах, загрязнение газоходов.

На рис.3 приведены результаты численного моделирования двух бригад и сравнение с выполненным экспериментом. Сравнение выполнялось по уровню разрежения в горелочных устройствах. При выполнении работы данные по уровню разрежения и расходов, полученные при замере различных точек одной из бригад, использовались для оценки параметров текущего состояния системы (рис.3, а). Определенные таким образом параметры дали хорошее совпадение и для других бригад

(рис.3, б).

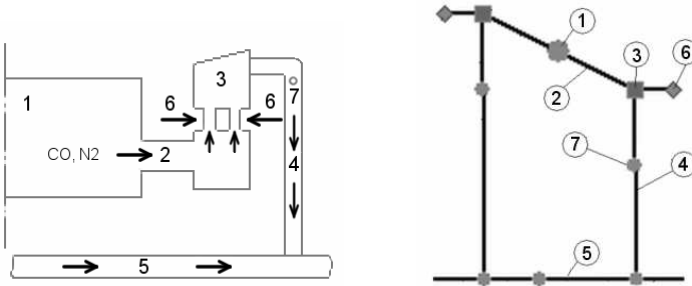


Рис.1 – Схема и сетевая модель участка системы газоудаления от установки:
1 – установка; 2 – канал горелки; 3 – горелка; 4 – спуск (газоход); 5 – сборной газоход бригады; 6 – щели горелки (атмосфера вблизи горелок); 7 – точка замера разрежения.

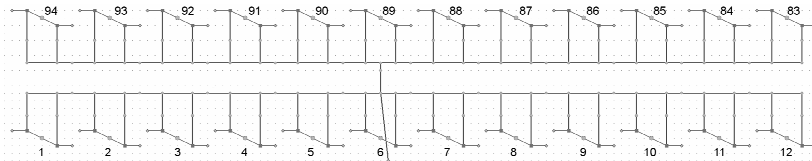


Рис.2 – Сетевая модель одной бригады системы газоудаления

Различие между экспериментальным и расчетным разрежением в некоторых горелках, связано с отсутствием учета в сетевой модели неравномерности загрязнения пылью газоходов. При проведении замеров спуски некоторых установок были полностью забиты пылью. При проведении экспериментальных замеров было установлено, что уровень разрежения в горелках по длине бригады значительно различается. Это приводит к неравномерному подосу воздуха в горелки. Так, в горелках, размещенных на ваннах в центре бригады, происходит большой подсос газов, что может привести к срыванию пламени в горелках. Разрежение в горелках крайних ванн близко к нулю, что не только не приводит к недожогу горючих газов в этих горелках, но и иногда приводит к выбиванию электролизных газов в цех. Эта проблема была подтверждена при проведении численного сетевого моделирования (рис.3).

В качестве средства решения существующей проблемы было предложено разместить на спусках бригады регулирующие сопротивления. Проверка корректности определенных коэффициентов местного сопротивления осуществлялась их установкой на спусках исходной сетевой модели бригады. При проведении проверочных расчетов было выявлено слабое влияние уровня разрежения на выходе из бригады на неравно-

мерность расходов в горелках в выровненной сети.

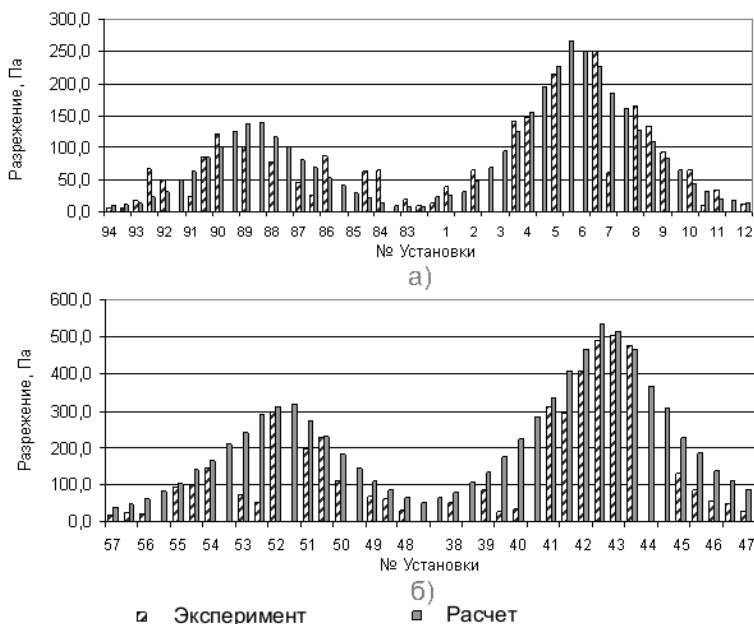


Рис.3 – Сравнение уровня разрежения в спуске за горелкой:
а – вторая бригада 19 корпуса; б – четвертая бригада 19 корпуса.

Выводы

Реализована модель потокораспределения в гидравлических сетях. В рамках этой модели учтены многокомпонентность, тепломассообмен, химическое реагирование. Предложен итерационный алгоритм решения стационарной задачи нелинейного потокораспределения на графе. Модель использована в программе сетевого моделирования *σNet*.

Выполнено сравнение результатов численного моделирования и экспериментальных замеров ряда сетей. Полученные результаты свидетельствуют о хорошем совпадении эксперимента с расчетом.

1.Меренков А.П., Хасилев В.Я. Теория гидравлических цепей. – М.: Наука, 1985. – 278 с.

2.Новицкий Н.Н., Сеннова Е.В. Гидравлические цепи. Развитие теории и приложения. – Новосибирск: Наука, Сибирская издательская фирма РАН, 2000. – 273 с.

3.Идельчик И.Е. Справочник по гидравлическим сопротивлениям / И.Е. Идельчик. – М.: Машиностроение, 1992. – 672 с.

Получено 07.11.2011